

Medición de tensiones por ultrasonido: Modelo matemático para compresión & tracción

Ultrasound stress measurement: Mathematical Model in tension & compresion

Raul Ernesto Novoa⁽¹⁾, Jose Rueda⁽²⁾, Darío Rosito⁽³⁾

⁽¹⁾ Universidad Nacional de la Matanza
rnovoa@unlam.edu.ar

⁽²⁾ Universidad Nacional de la Matanza
jrueda@unlam.edu.ar

⁽³⁾ Universidad Nacional de la Matanza
drosito@unlam.edu.ar

Resumen:

El presente trabajo analiza la teoría de la elasticidad en función de la propagación de las ondas de ultrasonido para determinar el estado tensional en elementos a tracción. Se analiza la bibliografía en el estado actual de la ciencia para desarrollar en la próxima investigación los ensayos de laboratorio que justifiquen el modelo



adoptado. Además, se analiza un método para desarrollar las tareas de campo para el monitoreo de estructuras existentes con el fin de disminuir errores.

Abstract:

The present work analyzes the theory of elasticity as a function of the propagation of ultrasound waves to determine the stress state in tensile elements. The bibliography in the current state of science is analyzed to develop in the next investigation the laboratory tests that justify the adopted model. In addition, a method is analyzed to develop field tasks for monitoring existing structures in order to reduce errors

Palabras Clave: *Ultrasonido, ondas, tensiones, compresión*

Key Words: *Ultrasonic, waves, tension, compresion*

Colaboradores: *Matías Rodríguez, Jorge Acevedo, Nicolás García*

I. CONTEXTO

Dado el gran número de estructuras metálicas construidas, es necesario contar con algún ensayo no destructivo que nos indique el estado tensional de los elementos estructurales independientemente de los cálculos realizados. Esto se debe a que las estructuras se analizan con premisas ideales de cálculo que pueden alejarse de la realidad o situaciones en las cuales el proyectista no pudo evidenciar en el momento de la construcción.

El trabajo de investigación se circunscribe a la mecánica del sólido para aceros de la construcción actuales y para sollicitación axial de manera de determinar las tensiones normales. Dado que este trabajo es introductorio, para realizar las pruebas de laboratorio se analiza el estado de la ciencia y algunas alternativas que generen menos error en el momento de la instrumentación en el laboratorio o del futuro instrumento de medición.

El objetivo es poder desarrollar en un futuro un equipo de medición de ultrasonido fácil de utilizar que sirva para monitorear estructuras metálicas.

II. INTRODUCCIÓN

La bibliografía de la mecánica del sólido se basa en dos teorías relacionadas, Hooke [1] y Lamé [2], que datan de los años 1665 y 1852 respectivamente y que se fusionan en la teoría de la elasticidad [3] [4] [5]. En esa época, la norma de diseño era por tensiones admisibles y se trabajaba en el campo elástico. Esto quiere decir que ambas teorías consideran que los materiales resisten lo mismo a compresión que a tracción. Además, consideran que, eliminada una acción, la pieza vuelve a su condición

de equilibrio inicial, por lo cual no analizaban los elementos elastoplásticos.

Por otro lado, se analizan los fundamentos de la propagación de ondas en los sólidos [6] [7] y la utilización de ondas de ultrasonido para la realización de ensayos no destructivos [8] [9] [10] que relacionan y caracterizan a los materiales según la velocidad, la onda y las correspondientes condiciones de borde.

Por último, existen distintos trabajos de laboratorio-para medir el estado de tensiones residuales en rieles [11], en alas de perfiles laminados [12], en bordes de agujeros [13], tensiones de fatiga [14], comportamiento anisotrópico de los materiales [15] [16] [17], tensiones axiales por dilatación [18] [19] y tensiones por fuerzas axiales [20] [21] [22]

Toda esta información se ha analizado y compilado tratando de uniformizar las constantes y variables, y ha sido evaluada para minimizar la propagación de errores, lo cual se desarrolla en el presente artículo.

III. DESARROLLO

1. Tensor de tensiones

Analicemos las ecuaciones del tensor de tensiones en coordenadas ortogonales para la condición del equilibrio de fuerza $F=(X,Y,Z)$ en un paralelepípedo elemental de material, como se indica en la **Fig. 1** resulta de las ref. [3] y [4]

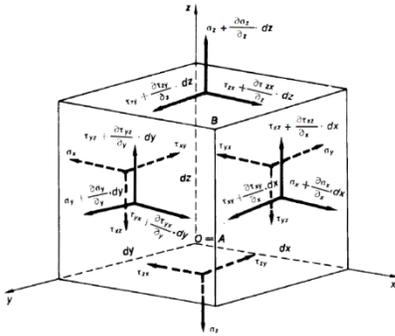


Fig. 1. Estado triaxial de tensiones

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Siendo:

σ_{ij} y τ_{ij} : componentes intrínsecas del vector tensión en cada cara del paralelepípedo elemental.

Por otro lado, si consideramos las coordenadas elípticas de Lamé **Fig.2** [2]:

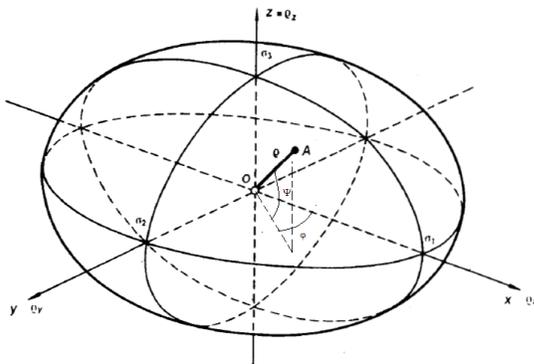


Fig. 2. Coordenadas elípticas de Lamé

El mismo estado de tensiones expresado en coordenadas elípticas de Lamé:

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} + \frac{z^2}{\sigma_3^2} = 1 \quad (1.2)$$

2. Tensor de deformación

La deformación del sólido viene dada por:

$$\begin{aligned} du &= \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ dv &= \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ dw &= \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (2.1)$$

Siendo:

u, v y w : componentes de desplazamiento de un punto cualquiera del paralelepípedo elemental.

Que expresado *solo* en función del Tensor de deformación y descartando las torsiones:

$$T_{def} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

3. Ley de Hooke y Lamé

Aplicando la ley de Hooke [1] generalizada:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{1}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{1}{1-\nu} \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}$$

Siendo:

E : módulo de elasticidad longitudinal de Young

G : módulo de elasticidad transversal

ν : módulo de Poisson.

$$G = \frac{E}{2*(1+\nu)} \quad (3.2)$$

La misma ecuación de Hooke se puede expresar en función de los coeficientes de Lamé para las tensiones normales:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\lambda + 2\mu)\epsilon_x + \lambda(\epsilon_y + \epsilon_z) \\ \sigma_y &= (\lambda + 2\mu)\epsilon_y + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_z) \\ \sigma_z &= (\lambda + 2\mu)\epsilon_z + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Teniendo en cuenta que Lamé considera que la dilatación como:

$$\theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

Dado que podemos tomar las dos fórmulas constitutivas de la elasticidad, ya sea por Hooke o Lamé, analicemos la equivalencia de ambas para sollicitación axil:

Las constantes de Lamé:

$$\lambda = \frac{E*\nu}{(1+\nu)*(1-2\nu)} \quad (3.4)$$

$$\mu = \frac{E}{2*(1+\nu)} \quad (3.5)$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \quad (3.6)$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (3.7)$$

Si sustituimos (3.4) y (3.5) en (3.3) y considerando que para el caso de sollicitación axil:

$$\epsilon_y = -\nu \cdot \epsilon_x$$

$$\epsilon_z = -\nu \cdot \epsilon_x$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x, \text{Lame}} &= (\lambda + 2\mu)\epsilon_x + \lambda(\epsilon_y + \epsilon_z) = \\ &= (\lambda + 2\mu) \cdot \epsilon_x - 2 \cdot \nu \cdot \lambda \cdot \epsilon_x = \dots = E \cdot \epsilon_x \end{aligned} \quad (3.8)$$

Por lo cual, se demuestra que la ecuación de Lamé es lo mismo que Hooke. Como la ecuación de Lamé es una función de sus constantes λ y μ , las cuales dependen de la ν y E , la propagación de errores de la ecuación de Lamé resulta igual que para la ecuación de Hooke, aunque incida la propagación del error de ν . Esto ocurre porque, para cualquier E los factores λ y μ se combinan de tal forma que siempre generan el valor de E para cualquier ν

Por tal motivo, tomar la ecuación de Hooke o Lamé no genera ninguna diferencia en la propagación del error para instrumentación.

4. Propagación de la onda

La ecuación de movimiento de una onda resulta:

$$\begin{aligned} u_x &= A_x \cdot \cos(k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z - \omega t) \\ u_y &= A_y \cdot \cos(k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z - \omega t) \\ u_z &= A_z \cdot \cos(k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z - \omega t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Siendo:

A : amplitud

A_x, A_y, A_z : componentes de la amplitud de desplazamiento

k : longitud de onda

k_x, k_y, k_z : componentes del vector de longitud onda

ω : la frecuencia angular en radianes por segundo

V : velocidad de propagación

t : tiempo

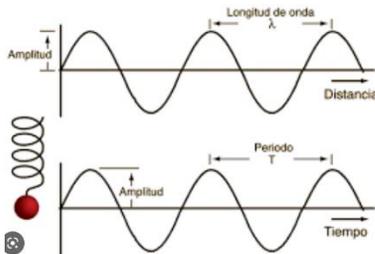


Fig. 3. Propagación de onda

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (4.2)$$

$$V = \frac{k}{\omega} \quad (4.3)$$

Se define como impedancia acústica:

$$Z = \frac{p}{v} \quad (4.4)$$

Siendo:

p : presión

V : velocidad propagación de la onda

5. Ecuación diferencial en materiales ideales sin tensión

Las ecuaciones diferenciales planteadas [6] [7] [8] para la propagación del sonido en materiales isotrópicos, homogéneos y elásticos corresponden con un oscilador armónico como se ilustra en la **Fig. 4**

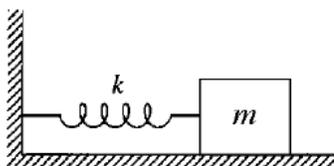


Fig. 4. Oscilador Armónico

Siendo:

m : masa

k_r : constante del resorte

$$m = \rho \cdot u_x$$

$$F_{Resorte} = -k_r \cdot u_x \quad (5.1)$$

$$F_{Masa} = m \cdot \ddot{a} = m \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (5.2)$$

Igualando (5.1) y (5.2) y considerando sólo la dirección x , que corresponde al eje de la barra:

$$m \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + k_r \cdot u_x = 0 \quad (5.3)$$

$$\rho \cdot u_x \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + k_r \cdot u_x = 0 \quad (5.4)$$

Por lo cual, un material sin una fuerza asociada tendría las siguientes velocidades de propagación Longitudinales (V_L) y Transversales (V_T):

$$V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E \cdot (1 - \nu)}{(1 - \nu - 2\nu^2) \cdot \rho}} \quad (5.5)$$

$$V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot 2 \cdot (1 + \nu)}} \quad (5.6)$$

Siendo:

μ y λ : constantes de Lamé

ρ : densidad del material por unidad de longitud

Los valores para el acero resultarían:

$$V_{L_Acero} = 5850 \text{ m/s}$$

$$V_{T_Acero} = 3230 \text{ m/s}$$

Z: Impedancia acústica Longitudinal = 45.6×10^6 kg.

s/m²

Longitud de onda long. 10MHz = 0.585 mm

Densidad 7.800 kg/m³

Es importante observar que la función de velocidad de la onda dependerá del módulo de elasticidad. Por lo cual, cualquier variación de la velocidad indica un cambio en estado tensional del material.

6. Ecuación diferencial en materiales ideales en tensión

Considerando que el medio no es dispersivo y el material se comporta como elástico lineal infinito, podemos decir que la velocidad de la propagación de onda es constante. Por lo cual, la ecuación de movimiento estará dada por $f(x,t)$

Siendo:

V: velocidad

t: tiempo

T: tensión

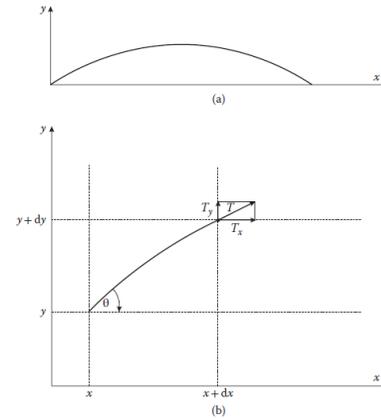


Fig. 5. Taylor

La nueva posición $x' = x - v.t$

Por lo cual $f(x,t) = f(x - V.t)$

Para un diferencial dx:

$$dF_y = (T \sin \theta)_{x+dx} - (T \sin \theta)_x \quad (6.1)$$

Haciendo Taylor para F_y :

$$F(x + dx) = F(x) + \frac{\partial F}{\partial x} dx \quad (6.2)$$

$$dF_y = (T \sin \theta)_x + \frac{\partial(T \sin \theta)}{\partial x} dx + \dots - (T \sin \theta)_x$$

$$dF_y = \frac{\partial(T \sin \theta)}{\partial x} dx \quad (6.3)$$

Haciendo: $\sin \theta \sim \frac{\partial y}{\partial x}$,

$$dF_y = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \quad (6.4)$$

$$dF_y = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \quad dF_y = \rho_1 dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx = \rho_1 dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}} = \frac{T}{\rho_1}$$

$$V_0^2 = \frac{T}{\rho_1}$$

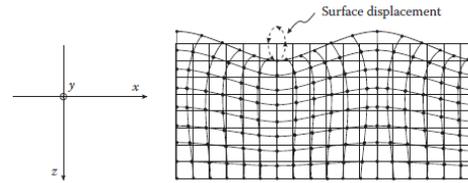


Fig. 6. Ondas Rayleigh

$$u_x = A_1 \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \cos(k \cdot y - \omega \cdot t)$$

$$u_y = A_2 \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \cos(k \cdot y - \omega \cdot t) \quad (7.1)$$

$$u_z = A_3 \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \cos(k \cdot y - \omega \cdot t)$$

De la ley de Newton para la masa por unidad de longitud del resorte ρ_1 :

$$dF_y = \rho_1 dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (6.5)$$

Combinando (6.4) y (6.5):

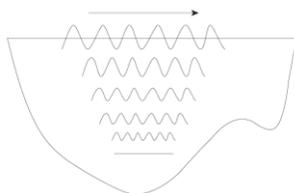
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{V_0^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (6.6)$$

Por lo que:

$$V_0^2 = \frac{T}{\rho_1} \quad (6.7)$$

7. Ondas Rayleigh – Ondas de superficie

Estas ondas se utilizan cuando la propagación se analiza en la superficie de un sólido de espesor infinito según la **Fig. 6** Rayleigh [7] propuso:



Siendo:

α : atenuación

A: amplitud

En el caso que tengamos una superficie libre (z), la ecuación diferencial debe considerar las condiciones de borde y en tal sentido la tensión sobre la superficie será cero, en tal caso la:

$$\sigma_z = \tau_{zy} = \tau_{zy} = 0 \quad (7.2)$$

En dicha situación la ecuación de movimiento (7.1) tiene 2 modos de propagación.

Modo 1:

$$\alpha_1 = k \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{V_L^2}} \quad (7.3)$$

$$\frac{A_z}{A_y} = \frac{ia_1}{k} \quad (7.4)$$

$$A_x = 0 \quad (7.5)$$

Modo 2:

$$\alpha_2 = k \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{V_T^2}} \quad (7.6)$$

$$\frac{A_z}{A_y} = \frac{ik}{\alpha_2} \quad (7.7)$$

$$A_x = 0 \quad (7.8)$$

Rayleigh especifica que los dos modos ocurren simultáneamente y en el caso $\sigma_z=0$ se deben dar las siguientes condiciones:

- a. Para el modo 2 $A_1=0$
- b. La velocidad de fase de V_R debe satisfacer:

$$\left[\frac{V_R^2}{V_T^2}\right]^2 - 8 \left[\frac{V_R^2}{V_T^2}\right] + 8(3 - 2\gamma^2) \left[\frac{V_R^2}{V_T^2}\right] - 16(1 - \gamma^2) = 0 \quad (7.9)$$

Siendo:

$$\gamma = \frac{V_T}{V_L} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \quad (7.10)$$

Resultando para coeficientes de Poisson $\nu = 0.25$

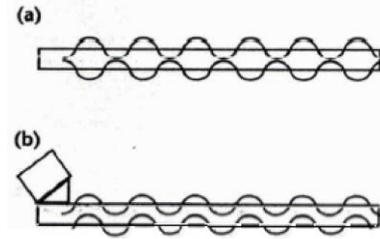
$$\alpha_1 = 0.84754 k$$

$$\alpha_2 = 0.3933 k$$

Importante: Lo que significa que longitudes de onda alta se posicionan más cercanas a la superficie.

8. Ondas Lamb

Las ondas Lamb [8] se utilizan para medir la propagación en placas. Las ondas Lamb se pueden propagar en la placa en infinitos modos según el espesor y la frecuencia. Se suele usar la forma simétrica para analizar la dirección longitudinal y anti-simétrica para analizar la dirección transversal. **Fig. 7:**



a) Simétrico b) Antisimétrico

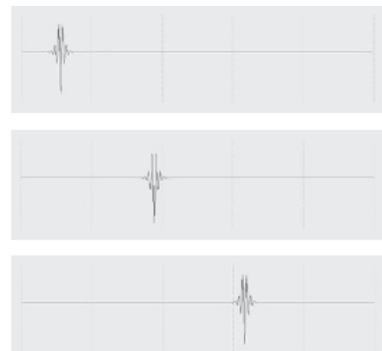
Fig. 7. Ondas de Lamb

Según el ángulo de la incidencia, la velocidad de la onda de fase será:

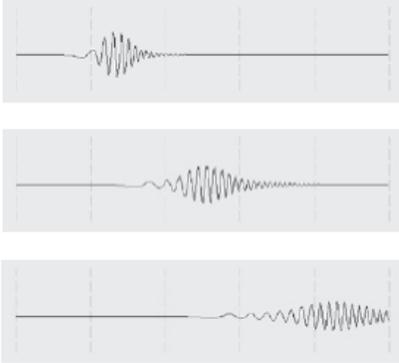
$$V_p = \frac{V_L}{\sin\phi} \quad (8.1)$$

9. Dispersión

Decimos que una onda posee una propagación no-dispersiva si el pulso permanece constante mientras la onda viaja en la estructura. Como la velocidad en función de la frecuencia y el pulso varía en el interior de la estructura, estaremos en una propagación dispersiva. El cambio sucede porque cada armónico tiene un ingreso particular en distinta velocidad de onda, por lo que hay una disminución de la amplitud y un incremento del pulso, pero la energía se mantiene constante. **Fig. 8**



(a) No dispersivo



(b) Dispersivo

Fig. 8. Posible propagación de ondas guiadas

10. Medición de las Propiedades elásticas en elementos isotrópicos

Las propiedades elásticas de los materiales isotrópicos se pueden obtener en función de la velocidad según [9] Tabla 1, teniendo en cuenta que las medidas del objeto donde se propaga la onda son de mayor espesor que la longitud de onda de ultrasonido.

Constantes Elásticas (Pa)	Relación
Módulo Longitudinal	$L = \rho \cdot V_L^2$
Módulo Cortante	$S = \rho \cdot V_T^2$
Módulo Volumétrico	$K = L - 4 \cdot S / 3$
Módulo de Young	$E = 3S \cdot S^2 / (L - S)$
Coefficiente de Poisson	$\nu = (L - 2S) / (2 \cdot (L - S))$
Constante de Lamé	$\lambda = L - 2S$
	$\mu = S$
V_L : Velocidad Longitudinal en m/s V_T : Velocidad Transversal en m/s	

ρ : Densidad en kilogramos/m³

Tabla 1: Constantes elásticas en materiales isotrópicos

También se pueden obtener las constantes en función de la resonancia dinámica [10], suponiendo que el largo de la pieza (l_0), la longitud de onda (k), la velocidad de onda (V), y la frecuencia de resonancia (f_r), para el primer modo ($n=1$):

Vibración longitudinal:

$$l_0 = n \cdot k / 2$$

$$V = k \cdot f_r = 2 \cdot l_0 \cdot f_r / n$$

$$E = \rho G_L \left(2 \cdot \frac{l_0 f_r}{n} \right)^2 = \rho \cdot G_L V^2$$

Vibración flexional:

$$E = \rho \cdot G_F (2 \cdot \pi \cdot l_0^2 f_r)^2$$

Vibración torsional:

$$E = 4/n \cdot \rho G_T \cdot (l_0 \cdot f_r)^2$$

G_L es un factor geométrico que contiene las medidas, forma y coeficiente de Poisson

G_T es un factor geométrico que contiene la sección transversal, forma

11. Elasticidad acústica en materiales isotrópicos

(Acoustoelasticity)

La elasticidad acústica es relacionar el estado tensional con las variaciones de la velocidad. Inicialmente se ha utilizado para la medición de las tensiones residuales [11] [12].

$$\frac{\Delta V}{V_0} = A \sigma$$

Donde

V_0 : velocidad de onda sin tensión

ΔV : variación de tensión

A: constante acústica

12. Birrefrigrancia. (doble refacción)

Generalmente hay velocidades de ondas transversales V_{tx} y V_{ty} correspondientes a dos direcciones principales de tensión σ_x σ_y

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_{tx} - V_{ty}}{V_{t_0}} = B_t \cdot (\sigma_x - \sigma_y)$$

El coeficiente B_t está relacionado al 2º y 3º orden de las constantes elásticas [13].

13. Efecto de la Textura

La textura nos da una idea cuando la orientación de los cristales es no aleatoria. Esta situación se debe a una ortotropía y una tensión residual producto de la birrefrigrancia. En materiales isotrópicos sin tensión la birrefrigrancia es cero, para ligeras ortotropías la birrefrigrancia está dada por

$$\frac{\Delta V}{V_0} = B_0 + B_t \cdot (\sigma_x - \sigma_y)$$

Siendo:

B_0 : coeficiente del material anisótropo sin tensión

14. Efecto de la temperatura

La temperatura induce un estado de tensión que puede ser expresado en

$$\frac{\left(\frac{dV}{dT}\right)_0 - \left(\frac{dV}{dT}\right)_\sigma}{\left(\frac{dV}{dT}\right)_0} = K\sigma$$

Los subíndices cero indican las velocidades sin tensión y K es la constante del material

15. Método para anular la birrefrigrancia

Un método desarrollado por [14] analiza una forma de anular el efecto de la birrefrigrancia y propone:

$$\rho \cdot (V_{21}^2 - V_{23}^2) = \left(1 + \frac{n}{4\mu}\right) \cdot \sigma_1 \quad (15.1)$$

Siendo:

V_{21} : velocidad de onda de corte en la dirección x_2 polarizada en x_1

V_{23} : velocidad de onda de corte en la dirección x_2 polarizada en x_3

n : constante elástica de 3er orden de Murnagham

μ : constante elástica de 2do orden de Lamé

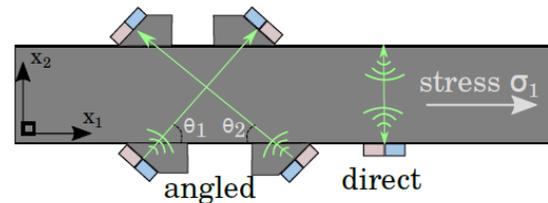


Fig. 9. Método de medición

IV. TAREAS DE LABORATORIO

Las tareas de laboratorio están fuera del alcance de este trabajo y se realizarán en la futura investigación para validar las fórmulas de las investigaciones o bibliografía citada. Las tareas de laboratorio consistirán en medir las constantes acústicas sin carga de un acero estructural F24 o A36, luego poner en una máquina de tracción y medir las propagaciones de la onda en distintas direcciones para cada escalón de carga.

Para poder contrastar el estado de tensiones se pondrán unos sensores de deformación o strain gages que medirán los cambios de deformación, mientras se ejecute la prueba de carga.

Modulo Longitudinal	$L := \rho \cdot V_L^2 = 279829 \text{ MPa}$	
Modulo Transversal	$S := \rho \cdot V_T^2 = 83000 \text{ MPa}$	
Modulo Volumetrico	$K := L - \frac{4 \cdot S}{3} = 169162 \text{ MPa}$	$K = 169162 \text{ MPa}$
Modulo Young	$E := 3 \cdot S - \frac{S^2}{(L-S)} = 214000 \text{ MPa}$	$E = 214000 \text{ MPa}$
	$E2 := V_T^2 \cdot 2 \cdot \rho \cdot (1 + \nu) = 214000 \text{ MPa}$	
Modulo de Poisson	$\nu := \frac{L - 2 \cdot S}{2(L - S)} = 0.289$	$\nu = 0.289$
	$\nu := \frac{V_L^2 - 2 V_T^2}{2(V_L^2 - V_T^2)} = 0.289$	
		$\lambda = 113829 \text{ MPa}$
Coef. Lame	$\lambda := L - 2 \cdot S = 113829 \text{ MPa}$	
	$\mu := S = 83000 \text{ MPa}$	
	$S = 83000 \text{ MPa}$	
Metodo Birrefringencia	$V_{21} := \frac{m}{s}$	
	$V_{23} := -\frac{m}{s}$	
	$\rho \cdot (V_{21}^2 - V_{23}^2) = 18.799 \text{ MPa}$	$\left(1 + \frac{n}{4 \cdot \mu}\right) \cdot \sigma_1$

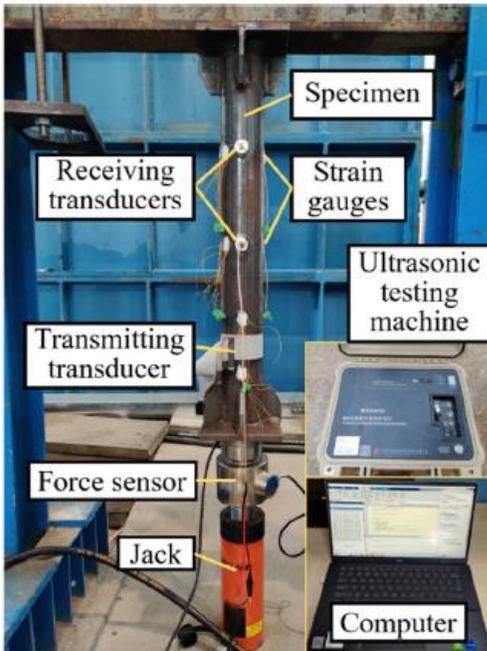


Fig. 10. Esquema de equipo de laboratorio

V. CONCLUSIONES

En base a la información recopilada en el presente trabajo se evidencia:

- En relación al estado de tensiones, se utilizará la ecuación de Lamé para determinar las tensiones en base a las deformaciones.
- Se demostró como el estado de tensiones altera la propagación de la onda en el material estando el mismo bajo tensión o sin su presencia. Para estudiarlo, se combinó el estudio de las ondas Rayleigh y Lamb en elementos isotrópicos. Además, se consideró la birrefringencia, el efecto de la temperatura y el efecto de la textura.
- Este análisis permitió obtener una aproximación a una expresión que analiza la onda con el fin de poder cuantificar esta alteración y relacionarla con el estado de tensiones.

Para la confirmación de la relación entre las tensiones y las alteraciones de onda se requiere del desarrollo de prácticas de laboratorio y la elaboración del equipo necesario para las mismas, lo cual se realizaría en la próxima instancia de la investigación.

VI. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

A. Bibliografía

- [1] R. Hooke, “*Micrographia: or some physiological description of diminutes bodies made by magnifying glasss with observations and inquiries thereupon*”, Londres, John Martyn and James Alleftry, 1664
- [2] M.G. Lamé “*Teoría matemática de la Elasticidad de los cuerpos sólidos*”, Paris, 1852

- [3] E.D. Fliess “*Estabilidad Segundo curso, 2º Edición*”, Buenos Aires, Kapeluz, 1973
- [4] S. Timoshenko, J.N. Goodier “*Theory of Elasticity 2º Edition*”, Toronto, McGraw Hill, 1951
- [5] Landau L.D. and Lifshitz E.M “*Theory of Elasticity*”, London, Pergamon Press, 1959
- [6] J.L. Rose “*Ultrasonic waves in solid media*”, Pennsylvania, Cambridge University press, 2014
- [7] Rayleigh J.W.S. “*The Theory of sound*”, New York, Dover 1945.
- [8] Lamb. H “*On waves in an Elastic Plate*”, London Royal Society Vol 93, 1917
- [9] Schreiber E, Anderson O & Soga N. “*Elastic Constants and their measurement*”, McGraw Hill, NY, 1973
- [10] Uygur. E “*Nondestructive Dynamic testing*” Research techniques in nondestructive testing Vol 4, Academic Press, UK 1980
- [11] Johnson GC, “ *On the applicability of Acoustoelasticity for Residual Stress Determination*”, Berkely, USA
- [12] PaoY, Sachse W, Fukuoka H, “*Acoustoelasticity and Ultrasonics measurement of residual stress*”, Academic Press Vol 17, Saint Louis, MO, USA, 1984
- [13] Pao Y.H “*Theory of acoustoelasticity and Acoustoplasticity*” Solid Mechanics Research for quantity non-destructive Evaluation, Dordrecht Netherlands, Martinus Nijhoff, 1987
- [14] Li G.Y, Gower A.L & Destade M, “*An ultrasonic measurement of stress in steel without calibration: the angle shear wave identity*”, a preprint, August 2020.
- [15] Cheeke J. David N. “*Fundamentals and Applications of Ultrasonics Waves, 2 Edition*” New York USA, CRC Press, 2012
- [16] Ensminger D & Bond L. “*Ultraonics, Fundamentals, Technologies and Applications, 3 Edition*” NY USA, CRC Press 2012
- [17] American Society for nondestructive test, “*Nondestructive testing Handbook Volume 7 Ultrasonic Testing 3º Edition*”, Columbus, ASNT.org, 2007
- [18] Schemerr LW Jr, “*Fundamentals of ultrasonic nondestructive Evaluacion, a Modeling Approach 2do Edition*”, Springer Nature, AG Suiza, 2016
- [19] Hellier Charles, “*Handbook of Nondestructive evaluation*” NY, USA, McGraw Hill, 2003
- [20] Songling, She, Weibin & qing “*Electromagnetic ultrasonic guide waves*”, Singapore, Springer Nature, 2016
- PAPER DE REFERENCIA DE TENSIONES RESIDUALES
- [21] Fukuoka, Toda, Naka “*Nondestructive Residual Stress measurement in a wide flanged rolled beams by acoustoelasticity*”, 1983
- [22] Jinxia, Jianyu, Zhiwen, Tribikran “*Wavefield in cased hole surrounded by formation with transverse isotropy caused by axial stresses*”, 2023
- PAPER DE ONDAS DE SUPERFICIE
- [23] Hirao, Fukuoka Hori, “*Acoustoelasticity effect of Rayleigh surface wave in isotropic material*” Shizuoka, Japan, 2016

LIBROS DE REFERENCIA

- [24] Chakis Bourse G. “*Guided ultrasonic waves for nondestructive monitoring of stress levels in prestressed steel strands*” Cedex, France 2007
- [30] Mase T, Johnson G.C, “*An Acoustoelasticity theory for surface waves in anisotropic media*” Berkeley, USA, 2015

DETERMINACIONES DE CONSTANTES

- [25] Murnaghan FD, “*Finites deformation of an elastic solid*” J. Hopkins University Press, 1953
- [26] Stobbe D. M. “*Acoustoelasticity in 7075-T651 Aluminum and Dependence of third Order Elastic Constants on Fatigue damage*” Georgia Institute of Technology, 2005
- [27] Yung Chun L, Shi H.K “*Measurement of acoustoelastic effect of surface wave with an improved acoustic transducer*” Tainan Taiwan, 2003
- [28] Sennosuke Takahashi, “*Measurement of third order elastic constants and stress dependent coefficients for steel*” Japan, 2018

ENSAYOS EN PLACAS

- [31] Dos Santos A. “*Comparison of acoustoelastic method to eval stress in steel plates and bars*”, SP, Brasil, 2002

ANISOTROPIA

- [29] Uglov A.L&Khlybov.”*On the inspection of the stressed satate of anisotropic steel pipelines using the acoustoelasticity method*” Nzhny Novgorod, Rusia, 2014

Recibido: 2023-07-12

Aprobado: 2023-12-11

Hipervínculo Permanente: <https://doi.org/10.54789/reddi.8.2.3>

Datos de edición: Vol. 8 - Nro. 2 - Art. 3

Fecha de edición: 2023-12-29

